



Olimpiadas Regionales de Matemática, 2015.
 Universidad de Antioquia
 www.gkmath.com

AVISO: *Los textos aquí publicados son responsabilidad total de sus creadores. Estos son materiales en construcción.*

*Errores y/o comentarios por favor comunicarlos a:
 olimpiadasmaticas@udea.edu.co*

Jugando con polinomios.

1. ¿Cuál es el residuo que deja $x^{101} - 101$ cuando se divide por $x + 1$?
2. Hay dos raíces de la ecuación $x^2 - 4x + 1 = 0$. encuentre la suma de las raíces.
3. Las raíces de $(x + m)^2 + 2x = 0$ son iguales. ¿Cuál es el valor de m ?
4. Supongamos que b y c son constantes y

$$(x + 2)(x + b) = x^2 + cx + 6$$
 encuentre c .
5. Sean $f(x) = x^6 + 7x^3 - 8$ y $g(x) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x + 1)$. Supongamos que $h(x)$ es un polinomio tal que $f(x) = g(x)h(x)$. Encuentre $h(1)$.
6. Supongamos que a y b son enteros tales $x^2 - x - 1$ es un factor de $ax^3 + bx + 1$. ¿Cuál es el valor de b ?
7. Supongamos que $P(x)$ es un polinomio lineal tal que $P(6) - P(2) = 12$. ¿Cuál es el valor de $P(12) - P(2)$?
8. Sea $P(x)$ un polinomio tal que cuando $P(x)$ se divide por $x - 19$, el residuo es 99, y cuando $P(x)$ se divide por $x - 99$, el residuo es 19. ¿Cuál es el residuo cuando $P(x)$ se divide por $(x - 19)(x - 99)$?

9. Sea $p(x)$ un polinomio con coeficientes enteros. El residuo cuando $P(x)$ se divide por $(x - 3)$ es 22 y el residuo cuando $P(x)$ es dividido por $(x - 22)$ es 3. Si $r(x)$ es el residuo cuando $p(x)$ es dividido por $(x - 3)(x - 22)$, encuentre $r(2015)$.
10. Las raíces r_1 y r_2 de la ecuación $x^2 + px + q = 0$ satisfacen las ecuaciones lineales $r_1 - 2r_2 = 2$ y $2r_1 - 3r_2 = 5$. Encuentre p .
11. Supongamos que $P(x)$ es un polinomio de grado dos, cuyas raíces -2 y 4 . Además $P(0) = 24$. ¿Cuál es el coeficiente de x en $P(x)$?
12. Las dos raíces de la siguiente ecuación cuadrática son números primos. Encuentre el valor de c .

$$x^2 - 33x + c = 0$$

13. Las dos raíces de la siguiente ecuación cuadrática son números primos. Encuentre el valor de c .

$$x^2 - 85x + c = 0$$

14. Supongamos que $P(x/3) = x^2 + x + 1$. ¿Cuál es la suma de todos los valores de x para los cuales $P(3x) = 7$?
15. Si a, b, c, d y e son las raíces distintas de la ecuación $3x^5 + 8x^4 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$, encuentre el valor numerico de $(1 - a)(1 - b)(1 - c)(1 - d)(1 - e)$.
16. Las dos ecuaciones cuadráticas $2011x^2 + 2012x + 1 = 0$ y $x^2 + 2012x + 2011 = 0$ tienen una raíz en común. Encuentre el producto de la raíces que no son comunes.
17. Si $x^2 - 2x - 3$ es un factor de $x^4 + px^2 + q$, ¿cuál es el valor de p ?
18. Sean p y q las raíces de $x^2 - 6x + 2 = 0$. Encuentre el valor de $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$
19. Un polinomio monico $P(x)$ de grado cuatro satisface que $P(1) = 10$, $P(2) = 20$ y $P(3) = 30$. Determine $P(12) + P(-8)$

20. Sean x_1 y x_2 las raíces de $x^2 - x - 2014$, con $x_1 < x_2$ y sean x_3 y x_4 las raíces de $x^2 - 2x - 2014$, con $x_3 < x_4$. Calcule $(x_4 - x_2) + (x_3 - x_1)$.

ORM U. de A., 2015