



OLIMPIADAS DE MATEMATICA, 2014.  
Universidad de Antioquia  
Taller grados Octavo y Noveno.  
(Tomados de [www.obm.org.br](http://www.obm.org.br))

**AVISO:** Los textos aquí publicados son responsabilidad total de sus creadores. Estos son materiales en construcción.

Errores y/o comentarios por favor comunicarlos a: [olimpiadasmaticas@udea.edu.co](mailto:olimpiadasmaticas@udea.edu.co)

## 1. Álgebra. Propiedades de los números reales

1. Un número de 3 cifras es 629 veces menor que la suma de todos los otros números de 3 cifras. Este número es:

a) 450    b) 785    c) 430    d) 471    e) 525

2. Los números  $a$  y  $b$  son reales no-negativos tales que  $a^3 + a < b - b^3$ . Entonces

a)  $b < a < 1$     b)  $a = b = 1$     c)  $a < 1 < b$     d)  $a < b < 1$     e)  $1 < a < b$

3. Diana comenzó a bajar una escalera de 30 escalones en el mismo instante en que Sandra comenzó a subirla. Diana había bajado  $\frac{3}{4}$  de la escalera cuando se encontró con Sandra. En el momento en que Diana acabe de bajar, ¿cuántos escalones le restan por subir a Sandra?

a) 2    b) 8    c) 20    d) 10    e) 16

4. ¿Cuál es el valor de la expresión  $20142014^2 + 20142006 - 16 \times 20142010$ ?

a)  $2 \times 20142010^2$     b)  $2 \times 20142014^2$     c)  $2 \times 20142006^2$     d)  $2 \times 20142010$     e)  $2 \times 20142014$

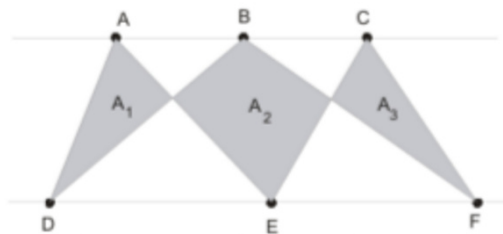
## 2. Geometría. Relaciones espaciales.

1. Dos triángulos equiláteros de 36 cm de perímetro cada uno son superpuestos de tal manera que la región común a los dos triángulos es un hexágono con pares de lados opuestos paralelos, como se ilustra en la figura. ¿Cuál es el perímetro de este hexágono?



a) 12 cm    b) 16 cm    c) 18 cm    d) 24 cm    e) 36 cm

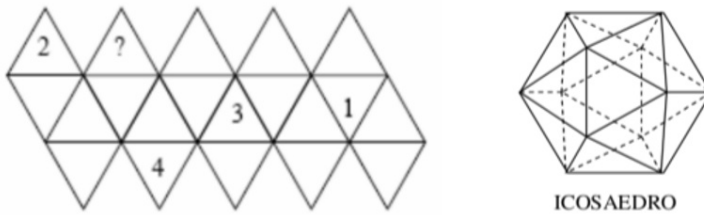
2. En la figura abajo, los puntos  $A, B, C$  son colineales y también así los puntos  $D, E, F$ . Las dos rectas  $\overline{ABC}$  y  $\overline{DEF}$  son paralelas.



Si denotamos por  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  los valores de las áreas de las regiones sombreadas en la figura, podemos afirmar que

- a)  $A_2 = 2A_1 = 2A_3$    b)  $A_2 = A_1 + A_3$    c)  $A_2 > A_1 + A_3$    d)  $A_2 < A_1 + A_3$    e)  $A_2^2 = A_1 \cdot A_3$

3. La figura a seguir fue recortada en cartulina para luego doblarla y formar un icosaedro. Las caras en blanco fueron numeradas de tal manera que alrededor de cada vértice (puntas del sólido) resultan los números de 1 a 5. ¿Cuál número está en la cara con signo de interrogación?



- a) 1   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

4. En el triángulo  $ABC$ ,  $m(\hat{BAC}) = 140^\circ$ . Si  $M$  es el punto medio del lado  $\overline{BC}$ ,  $N$  el punto medio de  $\overline{AB}$  y  $P$  el punto sobre el lado  $\overline{AC}$  tal que  $MP$  es perpendicular a  $\overline{AC}$ , ¿cuál es la medida del ángulo  $\hat{NMP}$ ?

- a)  $40^\circ$    b)  $50^\circ$    c)  $70^\circ$    d)  $90^\circ$    e)  $100^\circ$

### 3. Combinatoria. Conteo.

1. ¿Cuántos enteros positivos menores que 500 tienen exactamente 15 divisores enteros positivos?

- a) 0   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

2. Una gran empresa posee 84 funcionarios y cada uno de ellos habla por lo menos una de las lenguas entre Español e Inglés. Por otro lado, 20% de los que hablan Español también hablan Inglés y 80% de los que hablan Inglés también hablan Español. ¿Cuántos funcionarios hablan las dos lenguas?

- a) 12   b) 14   c) 15   d) 16   e) 18

3. ¿Cuántos son los pares de enteros positivos  $(x, y)$  tales que  $x^2 - y^2 = 2^{2014}$ ?

- a) 1003   b) 1004   c) 1005   d) 1006   e) 1007

4. ¿Cuántos cuadrados tienen como vértices los puntos del reticulado ilustrado abajo?



- a) 6   b) 7   c) 8   d) 9   e) 10

#### 4. Problemas de análisis crítico.

1. Si  $\frac{1}{x+5} = 4$  entonces el valor de  $\frac{x+6}{25-x^2}$  es igual a:

a)  $\frac{20}{39}$     b)  $\frac{39}{20}$     c)  $-20$     d)  $-80$     e)  $\frac{80}{39}$

2. Patricia lanzó un dado 10 veces y obtuvo 57 como suma de todos los puntos obtenidos en esos lanzamientos. Por lo menos, ¿cuántas veces salieron los 6 puntos?

a) 5    b) 7    c) 8    d) 6    e) 9

3. En una fila para comprar boletas para un juego de la selección Colombia, habían 49 personas: 25 hinchas del Nacional, 14 hinchas del Medellín y 10 hinchas del Envigado. Si cada persona de la fila es hincha fiel de un único equipo y dos hinchas del mismo equipo no están en posiciones consecutivas, podemos concluir que:

- a) Tal fila no existe.
- b) Algún de los hinchas de las extremidades de la fila es del Envigado.
- c) Algún de los hinchas de las extremidades de la fila es del Medellín.
- d) Algún hincha del Medellín es vecino de un hincha del Envigado.
- e) Algún hincha del Envigado es vecino de dos hinchas del Nacional.

4. El profesor Buenapapa aplicó un examen de 6 preguntas para 18 estudiantes. Cada pregunta vale 0 o 1 punto; no hay puntuaciones parciales. Después de la prueba, Buenapapa elaboró una tabla como a seguir para organizar las notas, donde cada fila representa un estudiante y cada columna representa una pregunta.

Preguntas/Estudiantes	1	2	3	4	5	6
Fulanito	0	1	1	1	1	0
Sutanito	1	1	1	0	0	1
Perensejo	0	1	1	1	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Buenapapa verificó que cada estudiante respondió acertadamente 4 preguntas y que cada pregunta tuvo una misma cantidad  $m$  de aciertos. ¿Cuál es el valor de  $m$ ?

a) 8    b) 9    c) 10    d) 12    e) 14