



**OLIMPIADAS MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
21 de Septiembre de 2013**

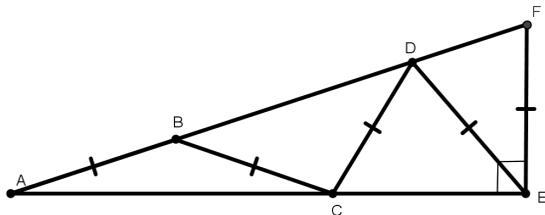
NIVEL III: DÉCIMO-UNDÉCIMO



Nota: La prueba consta de 12 problemas, 8 de selección múltiple y 4 que requieren justificación por parte del estudiante, cada uno de los 8 primeros problemas tendrá un valor de una unidad; y cada uno de los 4 últimos problemas tendrá un valor de 3 unidades. La duración de la prueba es de 2 horas.

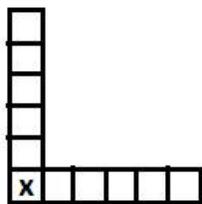
Problemas de selección múltiple con única respuesta

- Si $x - y < x$ y $x + y < y$, de las siguientes afirmaciones la única verdadera es:
 - $y < 0 < x$
 - $0 < x < y$
 - $x < y < 0$
 - $x < 0 < y$
- En el triángulo rectángulo AEF de la figura se tiene que: $AB = BC = CD = DF = EF$. La medida del ángulo FAE es:



- 18°
 - 20°
 - 10°
 - 15°
- Una función f sobre los naturales se define por

$$f(n) = \begin{cases} 2n, & \text{si } n \text{ es impar} \\ 2n + 1, & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$
 Si k es un entero y $f(f(f(k))) = 106$, el valor de k es:
 - 13
 - 15
 - 26
 - 30
 - En una caja hay 70 lapiceros: 20 son rojos, 20 son verdes, 20 son amarillos y de los restantes algunos son negros y otros blancos. La cantidad mínima de lapiceros que se deben extraer de la caja, sin mirar, para tener la seguridad de que entre ellos habrá 10 lapiceros del mismo color es:
 - 46
 - 45
 - 38
 - 37
 - Si se escriben los números del 1 al 11 en los cuadrados de la figura, sin repetición y de tal manera que la suma de los cuadrados verticales es 43 y la de los cuadrados horizontales es 28, el número correspondiente a la casilla marcada con x es:



- 7
- 5
- 11
- 9

- El mayor valor de n tal que $n^{200} < 3^{500}$, es:
 - 12
 - 13
 - 14
 - 15
- Paco llena un vaso con soda y bebe una cuarta parte del contenido; vuelve a llenarlo, esta vez con agua, y bebe una tercera parte de la mezcla; finalmente, lo llena nuevamente con agua y bebe la mitad del contenido del vaso. Si la capacidad del vaso es de 200ml, la cantidad de soda que queda finalmente en el vaso es:
 - 25
 - 75
 - 50
 - 100
- Los enteros positivos son organizados en orden creciente en un triángulo, como se muestra en la figura. Si cada fila contiene un número más que la fila anterior, la suma de los números en la fila que contiene al número 100 es:

			1		
			2	3	
		4	5	6	
	7	8	9	10	
11	12	13	...		

 - 1379
 - 1729
 - 864
 - 1024

Problemas para justificar

- Encuentre todas la parejas ordenadas de números reales (x, y) tales que $x^2y = 5$ y $x + xy = 6$.
- Sea ABC un triángulo y sean D, E y F los puntos medios de los lados BC, CA y AB , respectivamente. Si las bisectrices de los ángulos FDE y FBD se intersectan en P y se sabe que la medida del ángulo BAC es 37° y la medida del ángulo CBA es 85° , determine la medida en grados del ángulo BPD .
- Halle la cantidad de números de tres dígitos tales que sus dígitos son diferentes de cero y cualquier permutación de sus dígitos es divisible por 4.
- Para todo par de números positivos x y y , la operación Δ satisface las siguientes tres propiedades:
 - $(2x)\Delta y = \frac{1}{2} + (x\Delta y)$.
 - $y^2\Delta x = x^2\Delta y$.
 - $2\Delta 2 = \frac{3}{2}$.
 Calcule $32\Delta 1$