



OLIMPIADAS MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
26 de Agosto de 2012



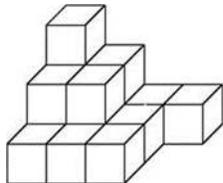
GRADO DÉCIMO

Nota: La prueba consta de 12 problemas, 8 de selección múltiple y 4 que requieren justificación por parte del estudiante, cada uno de los 8 primeros problemas tendrá un valor de una unidad; y cada uno de los 4 últimos problemas tendrá un valor de 3 unidades. La duración de la prueba es de 2 horas.

Problemas de selección múltiple con única

respuesta

- La máxima cantidad de puntos donde se pueden intersectar 5 líneas rectas es:
a) 10 b) 8 c) 12 d) 9
- Un equipo de fútbol pierde 12 partidos de 26 jugados, si gana los siguientes 8 partidos y nunca empató, la razón de partidos ganados en relación a los jugados es:
a) $\frac{4}{17}$ b) $\frac{11}{17}$ c) $\frac{6}{17}$ d) $\frac{10}{17}$
- La expresión $2^{n+2003} + 2^{n+2003}$ es igual a:
a) 2^{n+2004} b) $2^{2n+4006}$ c) $4^{2n+4006}$ d) 4^{n+2003}
- Un número narcisista es aquel que es igual a la suma de cada uno de sus dígitos elevados a la "n" potencia (donde "n" es el número de cifras del número). Por ejemplo, el 153 es un número narcisista puesto que $1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$. De los siguientes número el único que NO es narcisista es:
a) 407 b) 371 c) 1405 d) 1634
- Con 15 cubos unitarios se formó la siguiente figura:



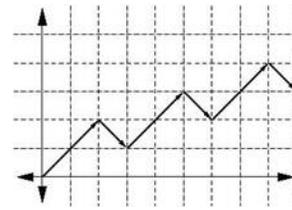
Las caras visibles de la figura se pintan de azul. Si se desarma la figura, el total de caras pintadas de azul es:

- a) 23 b) 30 c) 36 d) 27
- De las siguientes expresiones la única que es impar para cualquier entero n es:
a) $2012(2n + 1) + n^2$ b) $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$
c) $n^3 + 2012$ d) $2n^2 + 2011$
- Si un triángulo rectángulo es tal que la medida de sus lados son números enteros, su perímetro es 30cm y su área es 30cm^2 , entonces el valor de su hipotenusa, en cm , es:
a) 5 b) 12 c) 13 d) 15
- En una librería hay 50 libros de Matemáticas y Física. No hay dos libros de Física juntos, pero cada libro de Matemáticas tiene otro de Matemáticas junto a él. De las siguientes afirmaciones la única falsa es:

- Hay por lo menos 33 libros de matemáticas
- Hay máximo 17 libros de Física
- Entre 9 libros consecutivos cualesquiera, al menos 6 son de Matemáticas
- Hay mínimos tres libros de Matemáticas consecutivos.

Problemas para justificar

- Un partícula se mueve en el plano como se indica en la figura:



Durante los primeros dos minutos avanza desde el origen hasta el punto (2,2). Al minuto siguiente decae hasta el punto (3,1), luego continúa como al comienzo, es decir avanza dos minutos y decae uno. Determine el punto exacto en el que está la partícula a las 3 horas.

- Durante una cena a la que asistían Alberto, Beatriz, Carlos y Diego, este último fue envenenado por uno de los otros tres. En el interrogatorio se obtuvieron las siguientes declaraciones:

- Alberto dijo: Beatriz no es cómplice y Carlos no es inocente
- Beatriz dijo: Carlos no es inocente y Alberto no es el asesino
- Carlos dijo: Alberto no es cómplice y Beatriz no es la asesina

Sabiendo que el inocente es el único que no miente, determine quién es el asesino, quién es el cómplice y quién es el inocente, justificando completamente.

- Gabriel le cambia dos dígitos al número 777 para obtener el mayor número de 3 cifras que es divisible por 7. Mary también dos dígitos del número para obtener el menor número de tres cifras divisible por 7. Determine los números encontrados por Gabriel y Mary.
- Considere la función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(1) = 2$ y $f(2) = 0$ y para todo natural n , satisface las siguientes condiciones:
a) $f(3n) = 3f(n) + 1$
b) $f(3n + 1) = 3f(n) + 2$
c) $f(3n + 2) = 3f(n)$

Calcule $f(2012)$.

1

¹A partir del 17 de septiembre consulte los resultados en: <http://ciencias.udea.edu.co/olimpiadas>